Transformación afín

Pineda Gonzalez Carlos Alberto
Torres Marcial David
Veliz Nava Erick

Introducción

En el presente trabajo busca ayudar a comprender que es una tranformacion afin y cuales son algunas de sus aplicaciones, para esto describiremos algunos concesptos y daremos ejemplos sobre la transformaciones.

Una transformación es una función biyectiva que es continua y su inversa es continua.

Hablaremos de un tipo de transformaciones que se llama Transformaciones afines en pocas palabra una transformación es afín si envía líneas rectas en líneas rectas. Las transformaciones afines de las que hablaremos son:

- Traslación.
- Cambio de escala.
- Rotación.
- Sesgado.

Desarrollo

¿Qué es la transformación afín?

Una transformación es una función que recibe como parámetro un punto y lo convierte en otro punto por medio de algún procedimiento o una lógica y así mismo se puede hacer una transformación de vector a vector.

En geometría una transformación afín entre dos espacios afines consiste en una transformación lineal seguida por algún tipo de movimiento (traslación, rotación, etc.). Toda transformación afín puede representarse por una matriz A y un vector b siempre y cuando se cumplan ciertas propiedades como:

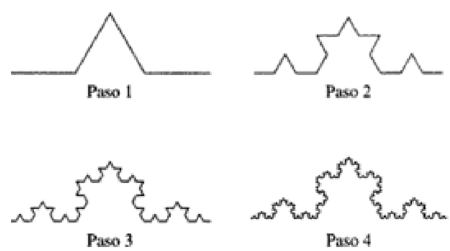
- Las relaciones de colinealidad entre puntos
- Las razones entre distancias a lo largo de una línea

Las transformaciones afínes y de semejanza son útiles cuando se integran datos espaciales de distintas fuentes. Suele ocurrir que los vectores de un conjunto de datos (llamémoslo 'A') no coinciden con un conjunto de datos base ('B'), el cual puede ser un vector. En dicho escenario uno buscaría reposicionar 'A' tomando como referencia 'B'

¿Para qué sirve?

Una de las aplicaciones que se tiene las transformaciones afines es en la graficación por computadora ya que se utilizan funciones como la traslación y rotación que son de vital importancia. Nos pueden ser útiles en el manejo de nuestros modelos 2D debemos tener presente que una secuencia de transformaciones no es necesariamente igual a la misma secuencia en diferente orden

Se usan las transformaciones para la realización de fatales tales como la curva de koch, que se construye remplazando el tercio medio de un segmento de resta por un triángulo equilátero y eliminando la base de este.



Así sucesivamente en cada una de las rectas hasta que se genera una curva en extremo accidentada, que tiene muchos picos y que carece de resta tangente en todos los puntos, esta curva requiere de 4 trasformaciones que son las siguientes

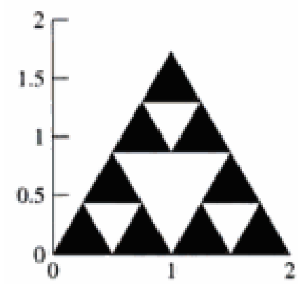
$$T_1(AB) = CD, T_2(AB) = DE, T_3(AB) = EF, T_4(AB) = FG$$

Y en cada caso hay una reducción por un factor de escala de $1/3$

- T_1 es una contracción por un factor de $1/3$
- T_2 es una contracción por un factor de $1/3$, seguida por una rotación de 60° se sentido contrario a las manecillas del reloj, y luego por una traslación por el vector $b = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$
- T_3 es una contracción por un factor de $1/3$, seguida por una rotación de 60° se sentido de las manecillas del reloj, y luego por una traslación por el vector $b = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{6} \end{pmatrix}$
- T_4 es una contracción por un factor de $1/3$,seguida de una traslación vector $b = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$

Estas cuatro trasformaciones afines se aplican a casa segmento de recta, con ajustes en las traslaciones en cada paso, que toman en cuenta la escala.

El triángulo de Sierpinski es una de las cosas que se puede realizar con trasformaciones que consta de 3 transformaciones y sigue unos pasos similares a la curva de koch



(c)

¿Tipos de transformaciones afines?

Existen cuatro transformaciones afines: traslación, cambio de escala, rotación, y sesgado o transvección. Usando coordenadas homogéneas, cada transformación se puede representar como una matriz de nxn

Traslación

Se trata de una operación que desplaza un punto una distancia fija en una dirección y sentido concretos. El parámetro que se necesita es simplemente un vector a modo de desplazamiento:

$$d = (dx, dy)$$

Una traslación trata de una suma, esto va en contra de la multiplicación matricial que hemos usado en algún momento.

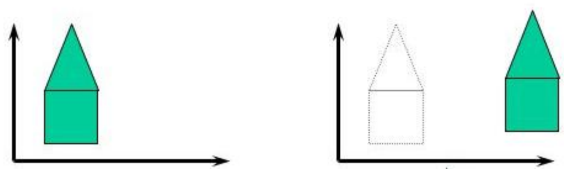
$$\mathrm{P'} = \mathrm{P\,T}$$

Donde

$$\mathrm{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathrm{d_x} & \mathrm{d_y} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{P} = (\mathrm{Px}, \mathrm{Py}, 1)$$

$$\mathrm{P'} = (\mathrm{P'x}, \mathrm{P'y}, 1)$$



Cambio de escala

Esta operación sirve para modificar proporcional, pero no necesariamente uniformemente, los valores que representan los puntos o vectores a través de dos factores

Para un cambio de escala se necesita de una forma matricial

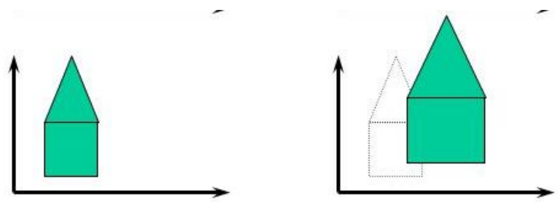
$$P' = P\,\boldsymbol{S}$$

Donde

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P = (Px, Py, 1)$$

$$P' = (P'x, P'y, 1)$$



Rotación

En esta operación, el punto es transformado siguiendo el camino de una circunferencia con el origen como su centro. El camino a recorrer depende del ángulo indicado

Para un cambio de escala se necesita de una forma matricial

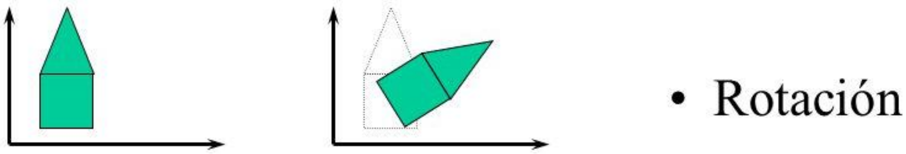
$$P' = P\,\boldsymbol{R}$$

Donde

$$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \operatorname{sen}\beta & 0 \\ -\operatorname{sen}\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P = (Px, Py, 1)$$

$$P' = (P'x, P'y, 1)$$



Sesgado

La transvección o el sesgado trata de mudar todas las entidades en la misma dirección a lo largo de un eje. Esta combinación de traslación y cambio de escala "deforma" las entidades, tirando de ellas en ambos sentidos en la misma dirección. La deformación se basa en el ángulo, α, formado por el eje elegido y la línea que corta el eje elegido y contiene los nuevos puntos transformados

Para un cambio de escala se necesita de una forma matricial

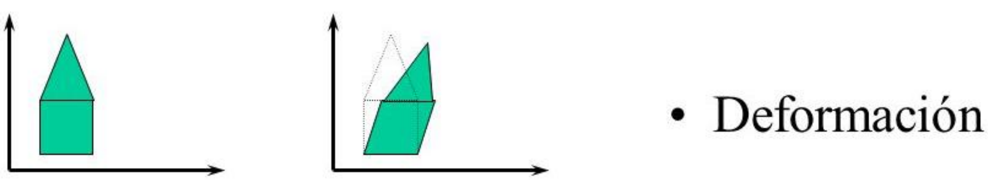
$$P' = P\,\boldsymbol{H_x}$$

Donde

$$\boldsymbol{H_x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \operatorname{cotg} \propto & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P = (Px, Py, 1)$$

$$P' = (P'x, P'y, 1)$$



Conclusiones

Este trabajo ayudara a nuestros compañeros a tener el conocimiento básico sobre las Transformaciones afines para que si es de su interés puedan investigar más sobre el tema.

Se presentaron algunos ejemplos de las aplicaciones de la Transformación Afín pero no se pudo presentar un ejemplo que relacione la Transformación Afín con la Seguridad Computacional.

Referencias

Bernard Kollman, D. R. (2006). *Álgebra Lineal.* México: PEARSON EDUCACION.

Davidson, S. R. (Septiembre de 2009). *Curso de gráficos.* Obtenido de Curso de gráficos.: http://graficos.conclase.net/curso/?cap=006c